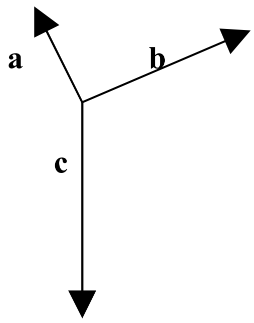
Zur Addition von Vektoren
(Sekundarstufe I oder II)

Einführendes Beispiel

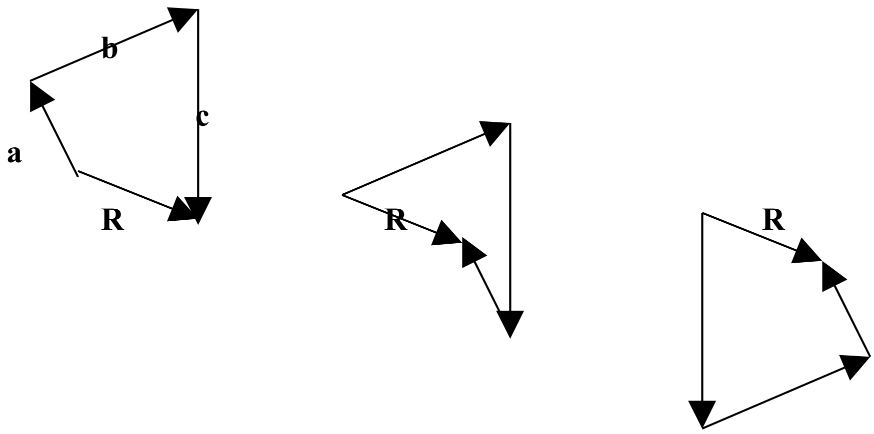
Wir befinden uns in einer Ebene. Ein Bote erhält den Auftrag, nacheinander drei **Strecken** zu durchlaufen. Die drei Strecken werden nach **Betrag** (Länge) und **Richtung** angegeben. Der Bote erhält den Auftrag in zeichnerischer Form:



Wo wird der Bote schließlich ankommen?
Wie lassen sich die drei mit Richtung versehenen („gerichteten“) Strecken zu einer Strecke, der **Resultierenden R** zusammenfassen?

Der Bote führt die Aufgabe aus; er **addiert** die Strecken.

a +b +c oder **b + c + a** oder **c + b + a** oder …..



Es scheint so, als sei die Reihenfolge, in der die Strecken addiert werden, unerheblich. Es ist in der Tat so, und davon kann man sich z.B. wie folgt überzeugen. Man denkt sich ein Koordinatensystem, dessen Ursprung im Startpunkt des Boten liegt und dessen waagerechte Achse wie üblich in Ost-West- Richtung und dessen senkrechte Achse in Nord-Süd-Richtung liegt. Jeder der Strecken lässt sich dann in einen Auftrag der folgenden Form übersetzen: Gehe so und so viele Schritte nach Ost bzw. West und so und so viele nach Nord bzw. Süd. Für die Gesamtzahl an Schritten , die sich schließlich in Ost-West-Richtung und in Nord-Süd-Richtung ergeben („resultieren“), ist es unerheblich, in welcher Reihenfolge die Aufträge ausgeführt werden. Sind (0|0) die Koordinaten des Startpunktes, so sind die Koordinaten des Endpunktes gegeben durch $(a_x + b_x + c_x | a_y + b_y + c_y)$, wobei z.B. $(a_x | a_y)$ die Koordinaten der Spitze des Pfeils sind, welcher die „gerichtete“ Strecke **a** repräsentiert.

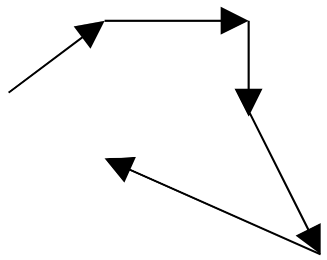
Um von der bisher verwendeten umständlichen Sprechweise wegzukommen, verwenden wir die Fachsprache: **a, b, c** werden als **Ortsvektoren** bezeichnet.

Wie wir gerade gesehen haben, ist die Reihenfolge, in der die Ortsvektoren addiert werden, für das Resultat unerheblich; die Addition ist kommutativ . Und sie ist assoziativ, wovon man sich in gleicher Weise überzeugen kann : **a + (b + c) = (a + b) +c.** Die Kommutativität und Assoziativität der Addition der Zahlen überträgt sich auf die hier durchgeführte Addition der Ortsvektoren.

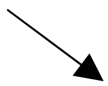
Größen, zu deren Angabe wie im vorliegenden Fall der Strecken die Angabe von Betrag und Richtung erforderlich ist, nennt man **vektorielle Größen** oder kurz **Vektoren.**

Wie die Erfahrung zeigt (etwa das Experiment von der „Unabhängigkeit der Bewegungen“), sind auch Geschwindigkeiten, Beschleunigungen und Kräfte Beispiele für vektorielle Größen. Schauen wir uns genauer an, wie die Addition – wir beschränken uns hier auf die zeichnerische Addition – funktioniert.

Man hängt die **Pfeile,** welche die zu addierenden Vektoren darstellen (die **Vektorpfeile)**, zu einem Polygonzug zusammen. Die Resultierende verläuft dann vom Anfang des ersten zum Ende des letzten Vektors.

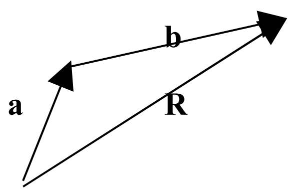


Und das ist die Resultierende (bitte mit Geodreieck nachprüfen)



Wenn sich ein geschlossener Polygonzug ergibt, so ist die Resultierende Null (im einführenden Beispiel wäre der Bote „im Kreis“ gegangen)

Besonders einfach ist die Sache natürlich, wenn man nur zwei Vektoren zu addieren hat.



a + b = R

Vielleicht sagt Dir der Begriff “Kräfte**parallelogramm**” etwas? Es ist folgendes damit gemeint.
Das eben gezeichnete Dreieck lässt sich zu einem Parallelogramm ergänzen, dessen Diagonale die Resultierende ist. Und man erkennt dabei übrigens das Kommutativgesetz sofort: **a + b = b + a**