

Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

*Darstellung einiger Themen zum Schwerpunkt, die in der Sekundarstufe I vorkommen.
Verwendet als Wiederholung in meinem Technikkurs (ehemals Klassenstufen 12 und 13) vor
der Behandlung der Statik*

Wir stellen uns folgende Aufgabe. Ein Junge hat die Masse $M = 50 \text{ kg}$. Er nimmt Anlauf, dann springt er hoch, wobei er $1,20 \text{ m}$ hoch kommt. Welche Hubarbeit hat er verrichtet?

Die Lösung scheint einfach zu sein: Die Hubarbeit W berechnet sich nach der Gleichung $W = Mgh$, wobei M die Masse, g der Ortsfaktor, h die Höhe bedeuten. Und so ergibt sich $W = 50 \text{ kg} \cdot 10 \text{ N/kg} \cdot 1,2 \text{ m} = 600 \text{ Nm} = 600 \text{ J}$. Die Hubarbeit beträgt 600 J .

So klar die Sache zu sein scheint, so stellen sich bei näherem Hinsehen doch Fragen. Was heißt im vorliegenden Fall, der Junge springe $1,20 \text{ m}$ hoch? Sind seine Finger, seine Füße, sein Kopf gemeint? Überwindet wirklich jedes Haar an ihm einen Höhenunterschied von genau 120 cm ? Gewiss nicht. Aber was ist gemeint, wenn hier gesagt wird, der Junge überwinde einen Höhenunterschied von $1,20 \text{ m}$?

Ein Höhenunterschied ist ein Abstand, eine Strecke. Eine Strecke ist eine Verbindung zwischen zwei Punkten. Welche „Punkte“ sind bei der Aufgabe gemeint?

Und damit kommen wir zum Massenmittelpunkt. Wenn ich bei der Berechnung der Hubarbeit sage, der Junge komme $1,2 \text{ m}$ hoch, so bedeutet dies, dass beim Sprung sein Massenmittelpunkt um $1,2 \text{ m}$ nach oben bewegt wird. Der Abstand zwischen der Lage des Massenmittelpunktes zu Beginn des Sprungs und seiner Lage an der höchsten Stelle ist die Höhe h .

Wir merken uns: Nachdem ein Körper abgeworfen worden ist, bewegt sich sein Massenmittelpunkt auf einer Wurfbahn; diese Bahn wird von irgendwelchen Bewegungen, die der Körper während des Fluges ausführt, nicht mehr beeinflusst.

Ein anderer Name für „Massenmittelpunkt“ ist „Schwerpunkt“.

Wie ermittelt man den Schwerpunkt eines Körpers?

Man kann ihn berechnen; ein paar einfache Beispiele dazu werden wir kennenlernen. Man kann ihn auch experimentell bestimmen, und dazu benutzt man die folgende Tatsache.

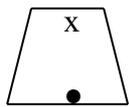
Wenn sich ein Körper um eine feste Achse frei drehen kann, so nimmt sein Schwerpunkt die tiefstmögliche Lage an. Der Körper kommt erst zur Ruhe, wenn sein Schwerpunkt diese Lage eingenommen hat. Den Schwerpunkt kann man deshalb wie folgt ermitteln.

Man lässt den Körper um eine beliebig gewählte Achse pendeln, bis er zur Ruhe gekommen ist. Man zeichnet das Lot von dem Aufhängepunkt senkrecht nach unten. Auf dieser Lotlinie muss der Schwerpunkt liegen. Das wiederholt man mit mehreren Achsen. Dort, wo sich alle Lotlinien schneiden, liegt der Schwerpunkt.

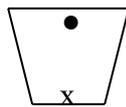
Wir sehen, dass es auch Körper gibt, deren Schwerpunkt außerhalb des Körpers liegt (z.B. ein Bumerang).

Hängt man den Körper im Schwerpunkt auf oder unterstützt man den Schwerpunkt, so ist der Körper im Gleichgewicht. Auf den Begriff des Gleichgewichts gehen wir etwas näher ein.

An einem kleinen Balken, der um eine Achse drehbar ist, ordnen wir zwei Massenstücke so an, dass der Schwerpunkt nicht mehr in der Drehachse liegt. Ein **stabiles** Gleichgewicht stellt sich ein, wenn der Schwerpunkt seinen tiefstmöglichen Punkt eingenommen hat, also genau unter der Drehachse liegt. Aber es gibt noch eine zweite Schwerpunktlage, in der ein Gleichgewicht besteht: Wenn der Schwerpunkt genau über der Achse liegt. Aber dieses Gleichgewicht ist **labil**: Die geringste Störung reicht aus, damit der Körper wieder in die stabile Gleichgewichtslage zurückkehrt.



Stabiles
Gleichgewicht



Labiles (metastabiles)
Gleichgewicht

x : Drehachse
• : Schwerpunkt

Legt man die Drehachse durch den Schwerpunkt, so kann sich der Schwerpunkt durch Drehung nicht nach unten verlagern: Es gibt keine bevorzugte Lage (indifferentes Gleichgewicht).

Standfestigkeit und Lage des Schwerpunktes

Wir haben in einem Experiment einen quaderförmigen Körper benutzt, dessen Schwerpunkt markiert ist. Dieses Körper lässt sich zu einem „schiefen Turm“ verformen. Dabei sahen wir: Solange das vom Schwerpunkt ausgehende Lot durch die Unterstüztungsfläche (Grundfläche) verlief, blieb der Körper stehen. Sobald das nicht mehr der Fall war, kippte der Körper um.

Denke Dir die Kraftlinien im Fall des oben skizzierten stabilen und des labilen Gleichgewichtes eingezeichnet: Es sind die Senkrechten durch den Schwerpunkt, denn an dem Körper greifen an die Gewichtskraft und die dazu gleich große, entgegen gesetzte Kraft, die von der Drehachse auf den Körper ausgeübt wird. In beiden Gleichgewichtslagen verlaufen die Kraftlinien durch die Drehachse; die Kraftarme sind Null, die Drehmomente somit ebenfalls.

Stelle Dir vor, im Fall des stabilen Gleichgewichts (Skizze links) sei der Körper nach links oder rechts gedreht. Der Schwerpunkt liegt nicht mehr unter der Drehachse: Die Kraftlinie der Gewichtskraft – die Senkrechte durch den Schwerpunkt – geht an der Drehachse vorbei; es gibt einen Kraftarm und damit ein Drehmoment. Überzeuge Dich davon, dass dieses bei Auslenkung nach links linksdrehend(gegen den Uhrzeigersinn), bei Auslenkung nach rechts rechtsdrehend ist. In jedem Fall wirkt es der Auslenkung entgegen und versucht daher, den Körper in die Ausgangslage zurückzutreiben („Rücktreibendes Drehmoment“).

Stelle Dir dieselbe Situation vor im Fall des labilen Gleichgewichts (Skizze rechts). Lenke nach links aus, so entsteht ein linksdrehendes Moment. Lenke nach rechts aus, so entsteht ein rechtsdrehendes Moment. In jedem Fall wird die Auslenkung durch das Drehmoment nicht rückgängig gemacht, sondern vielmehr vergrößert: Daher führt die geringste Auslenkung zu einer sich verstärkenden Drehung.

Denken wir uns einen Körper im schwebefreien Zustand. Das ist ja keineswegs ein exotischer Zustand, den man erst im Orbit erreicht. Springe eine Stufe herab: Solange Du im freien Fall bist, befindest Du Dich im schwebefreien Zustand. Ein Weitspringer, ein Hochspringer, überhaupt jeder Körper, der einmal abgeworfen eine Flugbahn durchläuft, befindet sich im

schwerefreien Zustand, solange keine äußere Kraft auf ihn einwirkt. Eine solche äußere Kraft ist der Luftwiderstand – von diesem oder anderen Reibungseinflüssen sehen wir hier ab.

Die Bahn des Schwerpunktes eines solchen Körpers ist allein durch die Bedingungen beim Abwurf (Abwurfwinkel, Abwurfgeschwindigkeit) bestimmt . Durch irgendwelche Bewegungen oder Verformungen des Körpers während des Fluges (durch sog. „innere“ Kräfte) lässt sich die Bewegung des Schwerpunktes nicht mehr beeinflussen. Darauf ist beim Sport zu achten, vor allem bei den Sprungdisziplinen.

Beim Fosbury-Flop krümmt sich der Springer so, dass sein Schwerpunkt unterhalb seines Körpers zu liegen kommt. Da mag sich der Schwerpunkt unter der Latte hindurchbewegen: Der Springer windet sich über die Latte.

Ähnlich ist es beim Stabhochsprung.

Beim Weitsprung wird man versuchen, im Augenblick des Absprungs den Schwerpunkt möglichst hoch zu legen. Denn der schiefe Wurf, den der Schwerpunkt nach dem Absprung vollführt, ist bei sonst gleichen Bedingungen um so weiter, je höher der Ort des Absprungs liegt. Also wird man die Arme hochreißen und auch das nicht zum Absprung benutzte Bein, das Schwungbein, möglichst hoch nehmen.

Nach dem Absprung zieht der Schwerpunkt seine vorbestimmte Bahn . Irgendwo wird er in den Sand treffen. Nun ist es beim Weitsprung nicht möglich, den Körper so zu verlagern, dass der Schwerpunkt hinter dem Körper zu liegen kommt , dass also der dem Sprungbalken zunächst liegende Abdruck („der letzte Abdruck“) weiter vom Balken wegliegt als der Punkt, in dem der Schwerpunkt eintrifft. Aber man wird versuchen, den Schwerpunkt in die Nähe dieses Abdrucks zu bringen. Ideal wäre es, wenn der Schwerpunkt in dem Punkt des Körpers läge, welcher den letzten Abdruck verursacht (das ist meist das Gesäß) . Der Schwerpunkt sollte also beim Auftreffen möglichst tief im Körper und möglichst weit hinten liegen. Und deshalb wird man vor dem Auftreffen den Oberkörper absenken und/oder die Beine bis zur Waagerechten oder darüber hinaus hochziehen. Was freilich eine Kunst ist, die nur wenige beherrschen...