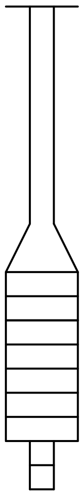
Pipetten und Bojen

Mit einer Pipette (einem Stechheber) kann man Flüssigkeitsproben aus einem Vorratsgefäß entnehmen.



Man taucht die Pipette in die Flüssigkeit ein und verschließt die obere Öffnung mit einem Finger.
Zunächst herrscht in dem luftgefüllten Volumen oberhalb der Flüssigkeit der äußere Luftdruck. Die dort befindliche Luftmenge ist abgeschlossen, und da sich ihre Temperatur nicht ändert, gehorcht sie dem Boyle-Mariotteschen Gesetz: Das Produkt aus Druck und Volumen bleibt gleich. Jetzt möge eine kleine Menge Flüssigkeit im Umfang von vielleicht zwei Prozent der eingeschlossenen Luftmenge auslaufen. Das Volumen der eingeschlossenen Luftmenge vergrößert sich um diese zwei Prozent. Folglich muss der Druck in ihr um etwa diesen Prozentsatz abnehmen; und der äußere Luftdruck ist dann um etwa zwei Prozent größer als der Druck im eingeschlossenen Luftvolumen.
So gering diese prozentuale Änderung auch ist, so ist sie gemessen in absoluten Werten doch beträchtlich: Zwei Prozent des Luftdrucks entsprechen dem Gewichtsdruck von rund 20 cm Wasserhöhe. Da der Gewichtsdruck in Flüssigkeiten unabhängig von der Gefäßform ist, kann im gegebenen Beispiel eine Flüssigkeitsmenge gehalten werden, deren oberer Spiegel 20 cm über der Auslaufstelle liegt- gleichgültig, wie ausladend die Ausbuchtung geformt sein mag. Das Auslaufen von ein paar Tropfen der Flüssigkeit genügt, eine viele Kubikzentimeter große Flüssigkeitsmenge in der Pipette festzuhalten.

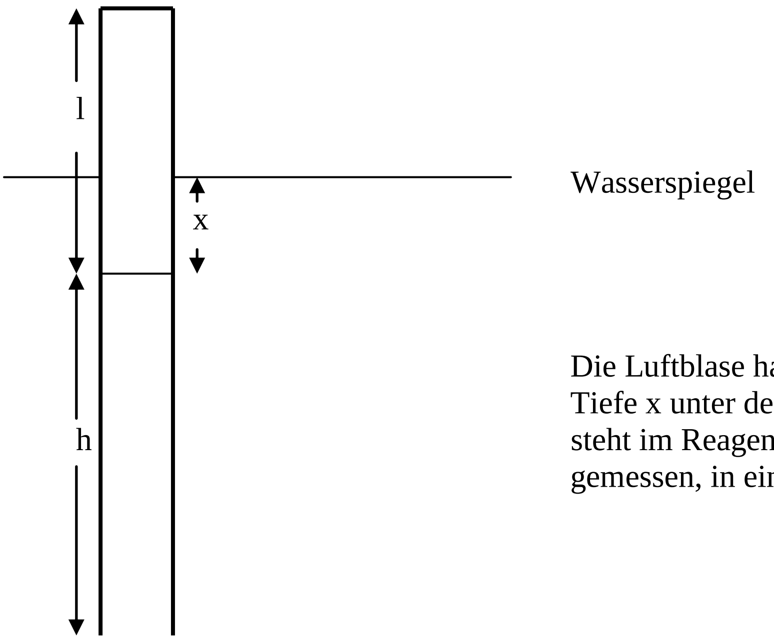
Wir führen mit einem zylinderförmigen Reagenzglas zwei Versuche aus. Die Versuche gelingen auch mit beliebig geformten Gefäßen; wir wählen ein Reagenzglas, um ein paar Rechnungen durchführen zu können. Unser Zylindergefäß habe den Querschnitt A, die Höhe L, die Masse M. Mit g wird die Erdbeschleunigung bezeichnet, mit ρ die Dichte des Wassers und mit p_0 der äußere Luftdruck.

Der erste Versuch ist in ähnlicher Weise – statt eines Reagenzglases wird ein Weinglas verwendet – in einem Buch von J.I. Perelman beschrieben (J.I. Perelman: Unterhaltsame Aufgaben und Versuche, erschienen in russischer Sprache im Jahr 1913 in St. Petersburg, deutsche Lizenzausgabe im Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, im Jahr 1977).

Man taucht das Reagenzglas ganz in Wasser ein, bis die Luft restlos daraus entwichen ist. Dann zieht man es, den Boden voran, langsam in senkrechter Richtung aus dem Wasser heraus, bis die Öffnung gerade noch unterhalb des Wasserspiegels liegt. Das Reagenzglas bleibt restlos mit Wasser gefüllt. Es ist spüren, dass das so gefüllte Glas erheblich schwerer ist als das leere, obwohl das Gewicht der Füllung doch nach unten weist. Tatsächlich ist das Glas genau um das Gewicht der Füllung schwerer geworden. Das umgestülpte, gefüllte Glas wiegt genau so viel wie das senkrecht stehende gefüllte Glas.
Kein Wunder, wird man sagen wollen, man hat doch in dem Versuch das Glas plus Füllung in die Höhe gezogen. Verstehen lässt sich der Effekt, wenn man den äußeren Luftdruck beachtet. Auf den nach oben gerichteten Gefäßboden wirkt von außen der Luftdruck p_0 nach unten. Von innen drückt auf den Boden der Druck $p_0 - \rho gL$; das ist der äußere Luftdruck vermindert um den Gewichtsdruck der Füllung des Gefäßes. Resultat: Auf den Gefäßboden wirkt der nach unten gerichtete Druck ρgL und damit die Kraft $\rho gLA = \rho gV= \rho Vg = Mg$. Das ist das Gewicht des im Gefäß befindlichen Wassers.

Zum zweiten Experiment.

Erinnern Sie sich noch an folgendes Kinderspiel? Man lässt eine Blechdose schwimmen und zwar mit dem Boden nach oben, die Öffnung unter Wasser. Die Dose erinnert mit ihren Nickbewegungen, wozu sie sich durch kleine Dämpfer bewegen lässt, an eine kleine Boje. Damit die Dose in dieser Lage schwimmen kann, hält man sie schräg unter Wasser, lässt Wasser einlaufen, achtet aber darauf, dass das einlaufende Wasser die Luft nicht ganz verdrängt. Es bleibt eine Luftblase in der Dose. Je nachdem wie viel Luft man in der Blase eingefangen hat taucht die Dose mehr oder weniger ein; hat man nur sehr wenig Luft eingefangen, geht sie unter. Freilich erlaubt die Dose nicht, zu beobachten, was in ihrem Inneren geschieht. Ein Reagenzglas erlaubt das, und dabei kann man folgendes sehen.



Die Luftblase hat die Höhe l, sie endet in der Tiefe x unter dem Wasserspiegel. Das Wasser steht im Reagenzglas, von der Öffnung an gemessen, in einer Höhe h. Es ist $l + h = L$

Ich habe folgendes beobachtet.

1) Wie immer man die Größe der Luftblase – und damit l – wählt, die Größe x bleibt unverändert. In meinem Versuch war x ungefähr 1 cm groß. Wählt man l zu klein ($l < x$), so geht das Reagenzglas unter.
2) Zieht man das Glas langsam nach oben aus dem Wasser oder drückt man es ein wenig ins Wasser hinein und bewegt es so weiter auf und ab, so folgt der Wasserspiegel im Innern des Gefäßes dieser Bewegung: l scheint ebenfalls gleich zu bleiben.

Sind die Beobachtungen, die beide mit bloßem Auge gemacht wurden, echt oder nur scheinbar echt – etwa, weil es zwar Änderungen gibt, die jedoch so klein sind, dass man sie ohne Hilfsmittel nicht bemerkt?

Um die Frage zu entscheiden, muss man theoretische Überlegungen anstellen; die erste Beobachtung wird sich als echt erweisen, im zweiten Fall trügt der Schein. Tatsächlich ändert sich l, aber nur so wenig, dass man mit bloßem Auge nichts bemerkt.

Eine theoretische Betrachtung beginnt mit der Beschreibung des Modells, das man zugrunde legt. Man beschränkt die Wirklichkeit auf ein Bild, das alle wesentlichen Merkmale des Geschehens enthält, dieses aber so vereinfacht, dass man überhaupt gesetzmäßig rechnen kann. Dazu gibt man an, welche Größen und welche Einflüsse man nicht berücksichtigt. Sind diese Vereinfachungen zu grob, so ist das Modell ungeeignet. Sehen wir zu.

Wir vernachlässigen das Volumen der Glaswände (des Glasmaterials) gegenüber dem Volumen im Innern des Reagenzglases. Folge: Die Glaswände verdrängen kein Wasser und sie haben keinen Auftrieb.
Den Gewichtsdruck in der Luftblase vernachlässigen wir gegenüber dem äußeren Luftdruck und gegenüber den anderen hier auftretenden Gewichtsdrucken (dem Gewichtsdruck der Wassersäule im Innern des Gefäßes). Das ist leicht zu begründen: Das Luftmeer ist ein paar km hoch, und Wasser ist rund 700 mal spezifisch schwerer als Luft. Für unsere Betrachtung wiegt die Luft in der Blase also nichts; sie ist eine abgeschlossene Gasmenge ohne Gewichtsdruck. Ihr Druck ist überall in ihr gleich groß und nach allen Seiten gerichtet; er wird nicht wie ein Gewichtsdruck mit der Tiefe größer.

Zur ersten Beobachtung.

Das Volumen $A \bullet x$ ist das Wasservolumen, das vom Reagenzglas verdrängt wird (die Wände verdrängen nach Voraussetzung nichts). Nach dem Archimedischen Prinzip erfährt das Reagenzglas damit den Auftrieb $\rho \bullet A \bullet x \bullet g$, und der ist gleich seinem Gewicht $M \bullet g$ (Die Luftblase wiegt nach Voraussetzung nichts). Daraus folgt $\mathbf{x = M/(\rho \bullet A)}$. Dieser Wert ändert sich nicht mit der Größe der Luftblase.
Man kann die soeben erhaltene Beziehung für x auch durch einen Vergleich der Gewichtsdrucke erhalten. Betrachten wir etwa die Lage an der Öffnung des Glases. Dort herrscht aufgrund des äußeren Luftdruckes und wegen der Tiefe $x + h$ ein nach oben gerichteter Druck $p_0 + \rho \bullet g \bullet x + \rho \bullet g \bullet h$. Von oben nach unten wirkt der Gewichtsdruck $p_0 + Mg/A + \rho \bullet g \bullet h$ (Hier geht ein, dass die Luftblase keinen Gewichtsdruck hat). Setzt man beide Gewichtsdrucke gleich, so erhält man den oben berechneten Wert für x.

Zur zweiten Beobachtung.

Diese muss falsch sein. Denn könnten wir das Reagenzglas ein paar Meter unter Wasser drücken, so würde der mit der Tiefe zunehmende Wasserdruck die Blase wie eine Schwimmblase zusammenquetschen.

Aber hier geht es nicht um Meter, sondern um Zentimeter. Und denken wir daran, dass in der Blase das Gesetz von Boyle-Mariotte gilt.

Ziehen wir wie im ersten Experiment das Reagenzglas langsam nach oben, so dass die Öffnung fast den äußeren Wasserspiegel erreicht, so mag sich h auf einen Wert h_0 einstellen. Der Druck in der Luftblase ist dann $p_0 - \rho \bullet g \bullet h_0$ (Hier geht die Voraussetzung ein, dass die Luftblase keinen Gewichtsdruck hat). Da h_0 nur einige Zentimeter groß ist, der Druck p_0 dagegen einer Wassersäule von rund 10 m entspricht, ist der Druck in der Luftblase bis auf ein paar Promille gleich dem äußeren Luftdruck p_0 . Daran ändert sich durch ein Runterbewegen um ein paar Zentimeter nichts. Damit ändert sich das Volumen der Luftblase und so auch der Wert von l allenfalls um wenige Promille, was sich mit bloßem Auge nicht feststellen lässt.

Die harmonische Schwingung der Bojen.

Wenn man unsere Spielzeugboje, das Reagenzglas, etwas tiefer ins Wasser drückt und dann loslässt, so schwingt sie. Die Schwingung ist so stark gedämpft, dass man höchstens fünf oder sechs Auf-und Abbewegungen beobachten kann.
Die Schwingung kommt zustande, weil beim Eindrücken um eine Strecke s eine rücktreibende Kraft auftritt, der durch das Eindrücken zusätzlich entstandene Auftrieb
$F = - \rho \bullet A \bullet g \bullet s$. Das ist ein lineares Kraftgesetz; es ergibt sich folglich eine harmonische Schwingung mit der Kreisfrequenz $\omega = (\rho \bullet A \bullet g/M)^{0,5}$ bzw. der Schwingungsdauer
$T = 2\pi(M/(\rho \bullet A \bullet g))^{0,5}$

Würde es gelingen, viele Schwingungen zu beobachten, so könnte man die Schwingungsdauer T, die bei dem hier verwendeten Reagenzglas im Sekundenbereich lag, mit guter Genauigkeit messen. Daraus ließe sich die Dichte der Flüssigkeit bestimmen.
Der Körper müsste nicht überall den gleichen Querschnitt A haben. Es genügt, wenn er im Bereich, in dem die Schwingung stattfindet, konstant ist. Ja, selbst das muss vermutlich nicht sein. Die Beziehung $T = k \bullet (1/\rho)^{0,5}$ dürfte auch für andere, nicht zu ausgefallene Geometrien gelten; die Proportionalitätskonstante k wäre durch eine Eichmessung (Schwingung in reinem Wasser) zu bestimmen. Dann könnte man sich einen schön symmetrischen, stromlinienförmigen Körper aussuchen, dessen Oberfläche man einfetten oder auf andere Weise wasserabweisend machen könnte. Dann müssten große Schwingungszahlen erreichbar sein.
Sicher ist es nicht erfolgversprechend, mit diesem Versuch die Senkwaage ersetzen zu wollen, aber es handelt sich doch um einen reizvollen physikalischen Effekt.