

Optimaler Beschleunigungsweg bei Wurfdisziplinen in der Leichtathletik

Besucht man auf dem Bildungsserver Saar die Lehrpläne des Leistungskurses Sport, so wird man auf die Seite www.sportunterricht.de hingewiesen, die eine Fülle von Beiträgen zu allen Gebieten der Sporttheorie enthält. Über die Verknüpfungen „Bewegungslehre“, „Analyse von Bewegungen“, „biomechanische Prinzipien“ kommt man schließlich zum Thema „Optimaler Beschleunigungsweg“. Die Seite enthält u.a. eine sehr ansprechende Darstellung des optimalen Beschleunigungsweges beim Kugelstoßen, d.h. des Weges, auf dem die Kugel von der Ruhelage bis zum Abstoß am besten geführt werden sollte. Die Kugel, so das Ergebnis, sollte auf dem geradlinigen Weg längs einer gedachten schiefen Ebene nehmen, deren Neigungswinkel gleich dem Abstoßwinkel ist.

Es werden dort auch die folgenden beiden Prinzipien genannt

- Bei Sportarten, bei denen es darum geht, schnellstmöglich Kraft zu entwickeln, müssen die größten Beschleunigungskräfte am Anfang der Beschleunigungsphase wirken (z.B. Boxen)
- Für Sportarten, bei denen eine möglichst hohe Endgeschwindigkeiten erreicht werden soll (leichtathletische Wurfdisziplinen) liegen die größten Kräfte am Ende der Beschleunigungsphase

Es soll hier das zweite der beiden Prinzipien untersucht werden – das erste ist offensichtlich gültig.

Beim Betrachten dieses Prinzips taucht folgendes Problem auf. Zweifellos ist es so, dass bei einer Wurfbewegung die größte Anstrengung in der Endphase, kurz vor dem Abwurf, fällig ist. Das Prinzip ist durch die Erfahrung, den tatsächlichen Ablauf, gut begründet. Aber für die erreichte Endgeschwindigkeit ist es gleichgültig, wie die Kraft über die Beschleunigungszeit verteilt ist. Es ist sogar zu beachten, dass gegen Ende der Bewegung die Geschwindigkeit am größten, die „Verweildauer“ und damit die Wirkungsdauer der Kraft dort am kleinsten, ihr Beitrag zum Kraftstoß somit relativ klein ist.

Wie ist dieser Widerspruch zwischen tatsächlich gegebenem Optimum der Wurfbewegung und der Physik aufzulösen? Ich will zeigen, dass hier eine andere physikalische Größe, die Leistung P , eine entscheidende Rolle spielt. Die Einführung dieses Begriffes wird den Widerspruch auflösen.

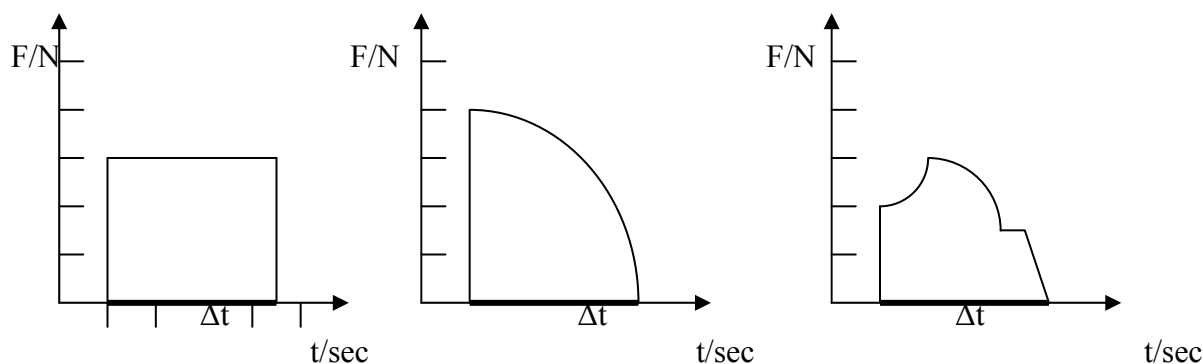
Zeigen wir zunächst etwas ausführlicher, warum das zweite der genannten Prinzipien in dieser Formulierung mit den Gesetzen der Physik kollidiert.

Wirkt während einer Zeitspanne Δt auf einen Körper der Masse m die Kraft F ein, so ändert sich sein Impuls \mathbf{p} , das ist das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit, um $\mathbf{F} \cdot \Delta t$. Man nennt diese Impulsänderung auch „Kraftstoß“; es gilt also $\Delta \mathbf{p} = m \cdot \Delta \mathbf{u} = \mathbf{F} \cdot \Delta t$. Die fettgedruckte Schreibweise weist darauf hin, dass es sich bei Impuls \mathbf{p} , Geschwindigkeit \mathbf{u} und Kraft \mathbf{F} um vektorielle Größen handelt. Die hier betrachteten Bewegungen sind aber alle eindimensional, so dass man es nur mit einer Komponente zu tun hat; deshalb kann die Vektorschreibweise entfallen. Und im Fall des Kugelstoßes handelt es sich um eine Bewegung, die aus der Ruhe heraus erfolgt; in diesem Fall sind Impulsänderung und Geschwindigkeitsänderung gleich den Werten von Impuls und Geschwindigkeit am Ende der Bewegung; insbesondere ist u die Endgeschwindigkeit. Das eben genannte Gesetz hat dann die Form: $p = \underline{m \cdot u} = \underline{F \cdot \Delta t}$.

Der Impuls am Ende des Beschleunigungsvorganges der Dauer Δt ist um so größer, je größer die – mittlere – Kraft F während der Zeitspanne Δt ist und je größer diese Zeitspanne ist.

Wie verhält es sich nun, wenn die Kraft F nicht konstant ist, sondern sich im Verlauf des Beschleunigungsvorganges ändert? Dann greift an Stelle der bisher verwendeten Definition des Kraftstoßes eine allgemeinere Definition, die im Spezialfall einer konstanten Kraft F in die eben genannte Form übergeht. Der Reiz dieser allgemeineren Definition besteht darin, dass sie anschaulicher und einfacher ist als die bisher verwendete, spezielle Definition. Sie lautet: Der Kraftstoß (= die Impulsänderung) ist gegeben durch die Fläche unter der Kraft-Zeit-Kurve.

Betrachten wir drei Beispiele. Mit dem Buchstaben t ist wie üblich die Zeit bezeichnet, mit F die Kraft. Herausgehoben auf der Zeitachse ist jeweils die Zeitspanne Δt .



Ein Körper der Masse 4kg wird während der Zeitspanne Δt mit der Kraft F aus der Ruhe heraus in waagerechter Richtung beschleunigt. Reibungskräfte sollen vernachlässigbar klein sein.

Bestimme jeweils Impuls und Geschwindigkeit am Ende des Beschleunigungsvorganges. Die Zeitspanne Δt ist jedes Mal gleich groß gewählt ; sie ist gleich 3,5sec.

Im ersten Fall ist die Kraft konstant gleich 3 N; die Fläche unter der Kraft-Zeit-Kurve und damit der gesuchte Impuls ist gegeben durch $3 \cdot 3,5 \text{ Nsec} = 10,5 \text{ Nsec} = 10,5 \text{ kgm/sec}$. Der Körper erreicht eine Endgeschwindigkeit von $10,5 \text{ (kgm/sec)}/4\text{kg} = 2,625 \text{ m/sec}$

Im zweiten Fall und im dritten Fall müssen die Flächen durch Auszählen der „Einheitsquadrate“ bestimmt werden; das ist natürlich nur näherungsweise möglich.

Im zweiten Fall erhält man etwa $9,5 \text{ Nsec} = 9,5 \text{ kgm/sec}$ für den Impuls und damit $2,375 \text{ m/sec}$ für die Endgeschwindigkeit. Die mittlere (durchschnittliche) Kraft im zweiten Fall ist gleich $9,5 \text{ Nsec}/3,5 \text{ sec} = 2,71 \text{ N}$. Sie ist etwas kleiner als die konstante Kraft im ersten Fall; Impuls und Geschwindigkeit am Ende des Beschleunigungsvorganges sind entsprechend kleiner.

Im dritten Fall ergibt die Auszählung für den Impuls rund $7,3 \text{ Nsec} = 7,3 \text{ kgm/sec}$. Die mittlere Kraft in diesem Fall ist $7,3 \text{ Nsec}/3,5 \text{ sec} = 2,09 \text{ N}$, und die Endgeschwindigkeit beträgt $7,3/4 \text{ m/sec} = 1,825 \text{ m/sec}$.

Betrachtet man sich den zweiten und den dritten Fall, so ist klar, dass es für die Größe der eingeschlossenen Fläche und damit für die Größe von Impuls und Geschwindigkeit am Ende des Beschleunigungsvorganges nicht darauf ankommt, wann die Kraft groß oder klein ist. So hätte man z.B. im zweiten Fall die gleiche Endgeschwindigkeit erreichen können, wenn der Bogen bei Null begonnen und entsprechend bis zum Ende der Zeitspanne Δt angestiegen wäre. Es kommt nur darauf an, dass die Kraft möglichst lange möglichst groß ist, wobei es gleichgültig ist, wo im Intervall Δt dies geschieht.

Die „Anfangskraft“, von der in der Sporttheorie öfter die Rede ist, hat übrigens in der grafischen Darstellung eine leicht fassliche Bedeutung: Sie ist gleich der Größe der Kraft zu Anfang des Beschleunigungsvorganges. Sie beträgt im ersten Fall 3 N, im zweiten 4 N, im dritten 2 N.

Kommen wir zum zweiten der oben angegebenen Grundsätze zurück. Er ist in dieser Form, wie wir gesehen haben, nicht haltbar. Und doch ist es aller Erfahrung nach so, dass man etwa beim Kugelstoßen gerade im letzten Abschnitt der Bewegung „dran“ bleiben muss; es kommt alles darauf an, die Kugel bis zum Verlassen der Hand anzuschleichen, eine Kraft auf sie auszuüben. Und das ist im letzten Abschnitt besonders anstrengend. Insofern stimmt das Prinzip genau, wenn man „Kraft“ durch „Anstrengung“ ersetzt! Warum aber ist das hier nicht dasselbe? Warum muss man sich in der letzten Phase der Beschleunigung der Kugel besonders anstrengen, auch wenn man sie kaum noch beschleunigt? Ja auch dann, wenn man überhaupt keine beschleunigende Kraft mehr auf sie ausübt, wenn sie „nur“ ihre Geschwindigkeit behalten soll? Warum muss man sich dann besonders anstrengen, um an der Kugel „dran“ zu bleiben?

Ich schlage vor, das Rätsel zu lösen, indem man eine bisher nicht beachtete physikalische Größe einführt, die in dieser Phase eine entscheidende Rolle spielt, und das ist die **Leistung**. Und wir müssen beachten, dass die Wurfbewegung eine schiefe Ebene hinaufgeht: Die Kraft dient nicht nur zum Beschleunigen, sondern sie muss zusätzlich die Hangabtriebskraft überwinden. Letzterer Aufwand ist für das Erreichen der Endgeschwindigkeit unnütz, muss aber zum Verbringen der Kugel auf ihre Bahn im Schwerfeld aufgebracht werden. Gewiss ist die Hangabtriebskraft längs der gesamten Bahn gleich groß, hat am Anfang also den gleichen Wert wie am Ende der Bahn. Aber wie wir gleich sehen werden, ist die Leistung, die zur ihrer Überwindung aufgebracht werden muss, nicht immer gleich: Sie steigt von Null zu Beginn auf einen eventuell beachtlichen Wert gegen Ende der Bewegung.

Die Leistung P (groß P , von „power“) gibt an, wieviel Arbeit pro Zeiteinheit verrichtet wird. Hat ein Körper (stellen wir uns für den Augenblick ein Fahrzeug vor) die Geschwindigkeit v und übt er die Kraft F aus, so gilt $P = F \cdot v$. Diese unscheinbare Formel hat es in sich!

Vergleichen wir zwei Fahrzeuge. Beide starten aus der Ruhelage heraus in waagerechter Richtung. Das eine, ein Kleinmotorrad, kann 3 KW (Kilowatt) „auf die Straße bringen“, das zweite, ein PKW, kann das Zwanzigfache an Leistung auf die Straße bringen. Wir befinden uns auf leicht rutschiger Straße. Der Antrieb auf der Straße erfolgt so: Der Reifen des Fahrzeugs übt eine Kraft $-F$ gegen die Fahrtrichtung auf die Straße aus, und diese übt gemäß dem dritten Axiom von Newton, actio=reactio, die Kraft F auf den Reifen aus, wodurch das Fahrzeug in Fahrtrichtung beschleunigt wird. Die Kraft F kann höchstens gleich der Haftreibungskraft sein; wird diese überschritten, drehen die Räder durch. Dann sackt die Kraft F auf den Wert der Gleitreibungskraft herunter, die bei nasser Straße sehr klein sein kann. Die Haftreibungskraft hängt von der Beschaffenheit der aufeinander reibenden Flächen, u.a. vom Profil des Reifens ab. Sie ist im übrigen nur noch proportional zum Gewicht. Die

Haftreibungskraft zwischen PKW und Straße betrage ein Zehntel seines Gewichtes, beim Moped neun Zehntel seines Gewichtes.

Der PKW habe eine Masse von 1000 kg; sein Gewicht ist demnach gleich 10 000 N; die Masse des Motorrads plus Fahrer sei gleich 150 kg; sein Gewicht ist demnach gleich 1500N. Die Antriebskraft des PKW ist also auf 1000 N beschränkt, die des Motorrads auf 1350N.

Wir befinden uns unmittelbar nach dem Start, die Geschwindigkeit sei noch sehr klein, sagen wir 0,5 m/sec. Jetzt drehen beide Fahrer auf; beide versuchen, mit der maximalen Kraft, der Haftreibungskraft, zu beschleunigen. Ist das überhaupt möglich? Die Leistung des Motorrads wäre $1350\text{N} \cdot 0,5\text{m/sec} = 675\text{Nm/sec} = 675\text{ Watt} = 0,675\text{ KW}$. Das ist erheblich unter seiner Leistungsgrenze von 5KW! Das Motorrad beschleunigt also bei dieser niedrigen Geschwindigkeit mit 1350N, gemäß $F = ma$ erreicht es eine Beschleunigung von $a = 1350\text{N}/150\text{ kg} = 9\text{ m/sec}^2$; das ist knapp 1g, ein sehr großer Wert! Das Motorrad beschleunigt bei dieser sehr niedrigen Geschwindigkeit sozusagen katapultartig.

Der PKW wird mit 1000 N beschleunigt, das ist leistungsmäßig für ihn überhaupt kein Problem; die Leistung beträgt gerade einmal $1000\text{N} \cdot 0,5\text{ m/sec} = 500\text{ Watt}$. Aber seine Beschleunigung beträgt nur $a = 1000\text{N}/1000\text{kg} = 1\text{ m/sec}^2$; das ist bescheiden.

Nun haben beide eine Geschwindigkeit von 72 km/h = 20 m/sec. Die Straße ist etwas trockener geworden, die maximale Antriebskraft des Motorrads betrage nach wie vor 1350N, die des PKW nun 3000N, das sind 30 Prozent seines Gewichtes.

Wollte das Motorrad jetzt seine volle Antriebskraft von 1350N entfalten, so müsste es eine Leistung von $1350\text{N} \cdot 20\text{m/sec} = 27\ 000\text{ Watt} = 27\text{ KW}$ aufbringen, was weit über seiner Grenze von 3 KW liegt! Welche Antriebskraft kann es überhaupt noch aufbringen? Das sind gerade einmal $F = 3000\text{W}/20\text{m/sec} = 150\text{ N}$. Die Beschleunigung wäre dann gleich $150\text{N}/150\text{kg} = 1\text{m/sec}^2$. Halten wir fest: Bei dieser hohen Geschwindigkeit kann das Motorrad nur noch einen kleinen Bruchteil seiner theoretisch möglichen Antriebskraft aufbringen. Bei konstantem P und großem v ist eben $F = P/v$ nur noch ein kleiner Wert! Wie ist es beim PKW? Er kann seine volle Antriebskraft einsetzen, denn $P = 3000\text{N} \cdot 20\text{m/sec} = 60\ 000\text{ Watt} = 60\text{ KW}$. Seine Beschleunigung beträgt nunmehr $3000\text{N}/1000\text{kg} = 3\text{ m/sec}^2$, das ist das Dreifache des Wertes, welchen das Motorrad noch aufbringen kann.

Halten wir fest: Bei kleinen Geschwindigkeiten kann auch ein Körper, der nur eine kleine Leistung hat, große Kräfte zu seiner Beschleunigung aufbringen; bei großen Geschwindigkeiten kann nur bei großer Leistung noch eine nennenswerte Beschleunigung erreicht werden.

Kommen wir zum Problem des Kugelstoßens zurück.

Die Kraft, welche der Werfer aufbringen muss, ist gleich $H + ma = mgsin\alpha + ma$.

Dabei ist H gleich der Hangabtriebskraft, ma die beschleunigende Kraft. Die Leistung, die der Werfer aufbringt, wenn sich die Kugel mit der Geschwindigkeit v bewegt, ist gleich $(mgsin\alpha + ma) \cdot v = mgsin\alpha \cdot v + ma \cdot v$. Beide Anteile steigen mit wachsendem v an! Vor allem der für die Beschleunigung unnütze erste Teil wird ihm zu schaffen machen.

Ist die Leistung, die er aufbringt, gerade gleich groß wie dieser Teil, so sinkt die Beschleunigung a auf den Wert Null ab. Dann reicht die von ihm erbrachte Leistung gerade noch aus, um die Geschwindigkeit v beizubehalten. Bringt er diesen Teil der Leistung nicht ganz auf, so verringert sich v, die Kugel wird langsamer, der Werfer „bricht ein“. Genau das kann vorkommen, wenn zu schnell – gemessen an der Leistungsfähigkeit – begonnen worden ist.

Der Kugelstoßer wird im idealen Fall zu Beginn der Bewegung „explodieren“ (= hohe Anfangskraft), knapp unterhalb von 45° (das ist der ballistisch ideale Wert) geradlinig nach oben schieben und genug „Puste“ haben, um die enorme Leistung gegen Ende der Beschleunigungsphase aufbringen zu können.

Beim Diskuswerfer wird es darauf ankommen, während der Drehung einen möglichst hohen Anfangsimpuls für den Diskus (eine möglichst hohe Anfangsgeschwindigkeit) zu Beginn des eigentlichen Abwurfs zu erreichen. Denn der Kraftstoß ist eine Impulsänderung, er wird zu dem anfänglich vorhandenen Impuls addiert. Und für den eigentlichen Kraftstoß beim Abwurf gilt sinngemäß das, was eben über den Kugelstoß gesagt wurde: Möglichst große Kraft von Anfang bis Ende, wobei es gegen Ende zur größten Anforderung an die Leistungsfähigkeit kommt.

Der Hammerwerfer wird beim eigentlichen Abwurf kaum noch beschleunigende Kräfte ausüben können. Er muss allein schon für die „unnütze“ Leistung $mgsin\alpha \cdot v$ wegen der Größe von v und von m eine große Leistung aufbringen.